Génération de nombres aléatoires

Pierre Aubert

24 octobre 2013

1 Génération uniforme de nombres aléatoires

Là, on ne se foule pas trop, on utilise rand() qui renvoie des entier entre 0 et RAND_MAX et on peut faire par exemple :

double randDouble(double inf, double sup){
return inf + ((sup - inf)*((double)rand())))/((double)RAND_MAX);
}

Exemple tout simple de générateurs de nombres uniforme entre deux bornes (la borne supérieur n'étant jamais atteinte).

2 Génération de nombres aléatoires suivant la loi $f(x)$

Pour générer des nombre aléatoires suivant une loi précise $f(x)$.

2.1 Fonction densité de probabilité

Soient deux variables aléatoires X et Y, si la fdp de X est $f(x)$ et $Y = h(x)$ alors la fdp de Y est donnée par :

$$g(y) = \frac{1}{h'(x)} f(x)$$

Avec : $x = h^{-1}(y)$.
Donc, si on prend

$$h(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(u)\,du = F(x)$$

Dans ce cas :

$$g(y) = \frac{1}{F'(x)} f(x) = \frac{f(x)}{f(x)} = 1$$

Donc y est une variable aléatoire uniforme sur $[0, 1[$ si x est aussi une variable uniforme sur $[0, 1[$.
Pour construire la séquence $y_1, y_2, \ldots, y_n$ on calcule $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)\,du$ et on prend :

$$y_1 = F^{-1}(x_1), y_2 = F^{-1}(x_2), \ldots, y_n = F^{-1}(x_n)$$

2.2 La loi exponentielle

Dans ce cas on a :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

On calcule donc :

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_{-\infty}^{x} f(u)\, du \\ &= \int_{-\infty}^{x} \lambda e^{-\lambda u} du \\ &= 1 - e^{-\lambda x} = y \end{aligned}$$

Si r est uniforme sur $[0, 1[$ on peut définir :

$$x = F^{-1}(y) = \frac{-1}{\lambda} \ln(1 - y)$$

Et donc, on a la séquence :

$$x_1 = \frac{-1}{\lambda} \ln(1 - r_1), x_2 = \frac{-1}{\lambda} \ln(1 - r_2), \ldots, x_n = \frac{-1}{\lambda} \ln(1 - r_n)$$

Où les x_i suivent bien la loi exponentielle.